SLOVENSKÁ POĽNOHOSPODÁRSKA UNIVERZITA

V NITRE

TECHNICKÁ FAKULTA

1130549

ŠTÚDIUM METÓD RIEŠENIA KINEMATIKY JEDNODUCHÝCH MECHANIZMOV

2011 **MAREK ŠABO**

SLOVENSKÁ POĽNOHOSPODÁRSKA UNIVERZITA

V NITRE

TECHNICKÁ FAKULTA

ŠTÚDIUM METÓD RIEŠENIA KINEMATIKY JEDNODUCHÝCH MECHANIZMOV

(Bakalárska práca)

Študijný program : Prevádzková bezpečnosť techniky

Študijný odbor : 2386700 Kvalita produkcie

Školiace pracovisko : Katedra konštruovania strojov

Školiteľ : doc. Ing. Marian Kučera, PhD.

Konzultant : doc. Ing. Ján Pršan, PhD.

Nitra 2011 **Marek Šabo**

Čestné vyhlásenie

Podpísaný Marek Šabo vyhlasujem, že som záverečnú prácu na tému „Štúdium metód riešenia kinematiky jednoduchých mechanizmov“ vypracoval samostatne s použitím uvedenej literatúry.

Som si vedomý zákonných dôsledkov v prípade, ak uvedené údaje nie sú pravdivé.

V Nitre 15. Marca 2011 ……………………

Marek Šabo

Poďakovanie

Touto cestou by som chcel vysloviť poďakovanie vedúcemu práce

doc. Ing. Marianovi Kučerovi, PhD.

za odbornú pomoc, jeho cenné rady a pripomienky pri vypracovávaní predloženej práce. Tak isto ďakujem mojim rodičom a známym za ich morálnu podporu.

V Nitre 15. Marca 2011 ……………………….

Marek Šabo

Abstrakt

V tejto bakalárskej práci je spracovaný prehľad súčasného stavu riešenia kinematiky jednoduchých mechanizmov ako aj odbornej literatúry zaoberajúcej sa skúmanými otázkami. Literárny prehľad je spracovaný na základe cieľov práce a je o konštrukcii, vytváraní a triedení mechanizmov. V práci sú analyzované kinematické reťaze s rôznymi dráhami pohybu. Kinematická analýza je vykonaná pre jednoduché rovinné trojčlenné a štvorčlenné mechanizmy graficky aj analyticky. Sú popísané teoretické poznatky analytických a grafických metód riešenia mechanizmov. Kinematická analýza má veľký význam pri vytváraní a konštrukcii mechanizmov. Na jednotlivých príkladoch skúma grafické aj analytické metódy riešenia jednoduchých štvorčlenných mechanizmov. Porovnáva náročnosť riešenia obidvomi spôsobmi z pohľadu možnosti využitia teoretických poznatkov získaných s iných disciplín. V závere sú spracované odporúčania pre prax.

Kľúčové slová : kinematika, mechanizmus, metóda, analýza

Abstract

This thesis is elaborated overview of the current kinematic state of solutions of simple mechanisms as well as literature that studies issues. A literature review is developed based on the objectives and work is the design, creation and sorting mechanisms. The paper analyzed kinematic chains with multiple pathways of movement. Kinematic analysis is performed for simple planar three members and flour membered mechanisms graphically and analytically. Described theoretical knowledge of analytical and graphical methods of solving mechanisms. Kinematic analysis is of greatimportance in the development and design mechanisms. Kinematic analysis is of greatimportance in the development and design mechanisms. To examine examples ofgraphical and analytical methods of solving simple both ways in terms of the possibility of applying theoretical knowledge gained in other disciplines. In the end they are prepared recommendations for practice.

Keywords : kinematic, mechanisms, methods, analysis

OBSAH

ZOZNAM SKRATIEK A ZNAČIEK

A,B,C,D,E,F,H,L	označenie vrcholov bodov
$\overline{AB}$, $\overline{OC}$, $\overline{AD}$, $\overline{DL}$, $\overline{OA}$,	dĺžky
$\boldsymbol{f}$	minimálny počet prútov
$\boldsymbol{n}$	počet stupňov voľnosti pohybu
$\boldsymbol{p}$	počet polygónov
$\boldsymbol{s}$	počet telies, resp. členov geometrického obrazca
$\boldsymbol{m}$	počet členov kinematickej reťaze
$\boldsymbol{r_1}$	počet vyšších kinematických dvojíc
$\boldsymbol{r_2}$	počet nižších kinematických dvojíc
$\boldsymbol{v_{BA}}$	absolútna hodnota rýchlosti
$\boldsymbol{v_{B21}}$, $\boldsymbol{v_{A21}}$, $\boldsymbol{v_{B31}}$, atď.	rýchlosti bodu (bodov) telesa voči vzťažnému bodu
$\lvert\boldsymbol{\omega_{21}}\rvert$	uhlová rýchlosť- konštanta
S	stred krivosti dráh bodu (bodov) telesa
$\boldsymbol{\alpha}$	uhlové zrýchlenie
$\boldsymbol{a_{A21}}$, $\boldsymbol{a_{B21}}$, $\boldsymbol{a_{C31}}$, atď.	zrýchlenie bodu (bodov) telesa voči vzťažnému bodu
φ_{21}, φ_3, φ_4, φ_5, φ_6, φ_7	uhly
$\mathbf{r}_2$, $\mathbf{r}_3$, $\mathbf{r}_4$, $\mathbf{r}_5$, $\mathbf{r}_6$, $\mathbf{r}_7$	polohové vektory
$\boldsymbol{\pi}$	Ludolfovo číslo

ÚVOD

Kinematika ako časť mechaniky vo všeobecnosti podporuje hlavne predstavivosť, a to predstavivosť za pohybu, bez ktorej by sa konštruktér alebo vývojový pracovník v oblasti stavby strojov ťažko zaobišiel. Touto témou sa mnohí vedci a konštruktéri zaoberali už dlhšie obdobie a rozvíjajú ju aj v súčasnosti.

V dnešnej dobe vyžadujú moderné výkonné stroje , aby ich mechanizmy boli po všetkých stránkach dôkladne vyhotovené. Vyžadujú, aby ich mechanizmy boli konštruované na optimálne pomery tak, aby ich hmotnosť, jednoduchosť, účinnosť a životnosť bola čo najlepšia a dávala pohyby pracovným členom. Dôležité podklady k tomu nám dáva teória mechanizmov ich analýza a syntéza. Základom analýzy a syntézy mechanizmov je teória ich zloženia spolu s teóriou kinematických dvojíc (väzieb). Mechanizmy, či už jednoduché alebo zložité, využívame vo viacerých odvetviach priemyslu. Najväčšie využitie nachádzajú v poľnohospodárstve, strojárstve, stavebníctve a pod.

Pre funkciu mechanizmov strojov sú jednou zo súčastí analytického rozboru aj kinematické pomery funkčných členov mechanizmov. Nesprávne vyhotovenie mechanizmu a jeho nevhodné použitie vedie k funkčným poruchám alebo k obmedzeniu životnosti, resp. k poruchám jednotlivých častí mechanizmu. Tomuto sa snažia konštruktéri a vývojoví pracovníci predchádzať a preto dbajú na požiadavky ako sú kvalita, presnosť, efektívnosť a pod.

1 CIEĽ PRÁCE

Cieľom bakalárskej práce je spracovať prehľad súčasného stavu poznania riešenej problematiky, ktorá je predmetom bakalárskej práce a odbornej literatúry zaoberajúcej sa skúmanými otázkami. Spracovať literárny prehľad o konštrukcii, vytváraní a triedení mechanizmov. Popísať význam a rozdelenie kinematiky. Analyzovať kinematické reťaze s rôznymi dráhami pohybu. Definovať mechanizmy a ich rozdelenie s rôznych hľadísk. Spracovať literárny prehľad riešenia mechanizmov. Zhrnúť teoretické poznatky o analytických a grafických metódach a jednotlivo ich charakterizovať. Podrobiť analýze grafické a analytické metódy riešenia jednoduchých mechanizmov na príklade vybraného mechanizmu. Porovnať a zhodnotiť náročnosť riešenia ich výhody a nedostatky. Spracovať odporúčania pre tvorbu učebných pomôcok z danej problematiky.

2 METODIKA PRÁCE

Spracovať literárny prehľad uvedenej problematiky podľa odporúčanej literatúry, noriem, odbornej a firemnej literatúry. Klasifikácia kinematických reťazí núteného pohybu s rôznymi dráhami pohybu. Charakterizovať objekt skúmania, resp.vykonať kinematickú analýzu jednoduchých trojčlenných a štvorčlenných mechanizmov graficky aj analyticky. Porovnať náročnosť riešenia obidvomi spôsobmi z pohľadu možnosti využitia teoretických poznatkov získaných s iných disciplín.

Pri spracovaní práce postupovať podľa stanoveného harmonogramu. Zachovať logickú formuláciu a prehľadnosť. Zamerať sa na základne pojmy, rozdelenie a význam kinematiky s rôznych hľadísk. Definovať mechanizmy a ich rozdelenie s rôznych oblastí využitia. Popísať vytváranie mechanizmov a stručne charakterizovať trojčlenné a štvorčlenné mechanizmy. Predovšetkým sa zameriavať na literárny prehľad riešenia jednoduchých rovinných mechanizmov. V krákosti zhrnúť historický vývoj analytických metód riešenia mechanizmov a jej predstaviteľov.

Zhrnúť teoretické poznatky o jednotlivých metódach riešenia. Osobitne charakterizovať trigonometrickú, vektorovú, parametrickú, maticovú metódu. Taktiež metódu komplexných čisel a prevodové funkcie. Popísať grafické riešenie trojčlenných a štvorčlenných mechanizmov na základe zvolenej metódy riešenia.

Vyriešiť vybraný štvorčlenný kľukový mechanizmus analytickou vektorovou metódou. Na príklade jednoduchého štvorčlenného mechanizmu vykonať grafickú analýzu. Porovnať náročnosť riešenia zvolenou grafickou a analytickou metódov z pohľadu teoretických poznatkov. V závere stručne zhrnúť dosiahnuté výsledky vo vzťahu k stanoveným cieľom a spracovať odporúčanie pre tvorbu učebných pomôcok ako aj prax.

3 SÚČASNÝ STAV RIEŠENEJ PROBLEMATIKY

3.1 KINEMATIKA

3.1.1 Základné pojmy

Kinematika – ako časť mechaniky je vo všeobecnosti náuka o mechanickom pohybe telies, ktorá skúma zmenu vzájomných polôh telies v priestore a čase. V kinematike neuvažujeme veličiny, ktoré sú príčinou pohybu bodu, resp. telesa. Neuvažujeme teda silu, ktorá je integrálnou vlastnosťou hmoty a preto bod, resp. teleso nebude mať fyzikálnu vlastnosť – hmotnosť. Bod resp. teleso v tomto zmysle slova sa bude vyznačovať iba geometrickými vlastnosťami. (PEKÁREK, František. – JANČINA, Jozef. – STAREČEK, František. 1978)

V kinematike telesá považujeme za tuhé, čo znamená, že pri pohybe sa ich tvar nemení, že vzdialenosť ľubovoľných dvoch bodov telesa je stála. Základnými pojmami kinematiky sú priestor a čas. Bod, resp. teleso sa pohybuje v priestore a v čase a úlohou kinematiky je skúmanie rýchlostí, zrýchlení bodov pohybujúceho sa telesa, resp. dráh bodov a pod. Priestor telesa, ktorý je vzhľadom k nám ako pozorovateľom stále v kľude a ktorý je inerciálny, nazývame základný. Pohyb vyšetrovaného telesa voči tomuto priestoru často nazývame absolútny. Priestor telesa aj základný priestor je trojrozmerný euklidovský priestor.

Pri analytickom vyšetrovaní pohybu volíme v obidvoch priestoroch vhodné súradnicové sústavy; zvyčajne kartézska, ortonormálna súradnicová sústava . Súradnicovú sústavu v priestore telesa označujeme tiež ako pohyblivú a sústavu v základnom priestore ako pevnú (nepohyblivú). V Kinematike predpokladáme, že čas plynie rovnomerne a rovnako vo všetkých súradnicových sústavách, a že jeho zmena nezávisí od pohybu. Pohyb útvaru (bodu, telesa, sústavy telies – mechanizmov) môžeme kinematicky vyšetrovať, ak je tento pohyb určený. Rozumieme tým, že sú dané niektoré jeho parametre ako funkcie času tak, že v každom okamihu je poloha útvaru v základnom priestore jednoznačne určená. Počet týchto funkcií súvisí s pohyblivosťou útvaru, charakterizovanou počtom stupňov voľnosti. (BODNÁR, František. 2001)

3.1.2 Význam a rozdelenie kinematiky

Základnou úlohou kinematiky - je ukázať ako konkrétne môže byť pohyb bodu, telesa alebo sústavy telies určený a vybrať metódu, ktorá tento pohyb ďalej umožní vyšetrovať, t.j. určiť trajektóriu, rýchlosť a zrýchlenie obecného bodu útvaru alebo uhlovú rýchlosť a uhlové zrýchlenie telesa a pod.

Kinematiku rozdeľujeme do týchto hlavných častí :

- Kinematika bodu
- Kinematika telesa
- Kinematika súčasných pohybov bodov a telies
- Kinematika sústav telies (mechanizmov)

Význam kinematiky vo všeobecnosti :

a) Poskytuje teoretické poznatky o pohybe bodov, telies a súčasných pohyboch – teoretická kinematika,
b) Podáva metódy kinematického riešenia mechanizmov a strojov (sústav telies) – aplikovaná kinematika,
c) Poznatky kinematiky bezprostredne využíva dynamika, dynamika viazaných mechanických systémov, kde kinematické riešenie tvorí vždy podstatnú časť riešenia úlohy,
d) Kinematika podporuje predstavivosť, a to predstavivosť za pohybu, bez ktorej by sa konštruktér alebo vývojový pracovník v oblasti stavby strojov ťažko zaobišiel,
e) Metódy kinematickej syntézy umožňujú navrhovať mechanizmy, ktoré spĺňajú určité kinematické požiadavky. (BRÁT, Vladimír.–JÁČ, Václav.–ROSENBERG, Josef. 1987).

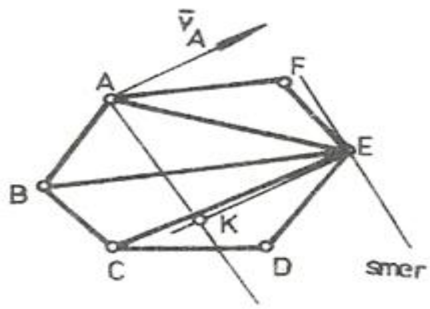
3.1.3 Kinematické reťaze a dvojice

Spájaním rovinných útvarov, ktoré spolu určitým spôsobom súvisia, dostávame systém nazývaný kinematická reťaz. Jednotlivé rovinné útvary nazývame členy reťaze. Pod členom rozumieme množinu bodov, ktorá je dokonale tuhá, nemení svoj tvar, t.j. zachováva dĺžky a uhly. Členy delíme na jednoduché a zložité. Jednoduché členy sú také, ktoré sa stýkajú s dvoma ďalšími členmi, nazývame ich aj binárne. Zložité členy sa stýkajú s viac ako dvoma členmi, nazývame ich aj ternárne, kvaternárne atď. V kinematickej reťazi sa teda vyskytujú binárne, ternárne a kvaternárne skupiny členov. Členy môžeme vzájomne spojiť kĺbom alebo kulisou, prípadne aj vodiacimi krivkami. (JANČINA, Jozef. - PEKÁREK, František. 1987.)

Kinematická reťaz môže byť :

- otvorená – keď postupom od jedného člena na druhý sa nemôžeme vrátiť späť na člen, z ktorého sme vyšli,
- uzatvorená – keď môžeme prejsť na východzí člen. Ak sa môže vrátiť jednou cestou je to kinematická reťaz jednoduchá. Keď je možné prejsť niekoľkými cestami je to kinematická reťaz zložená,
- rovinná – ak dráhy všetkých bodov ležia v rovnobežných rovinách,
- sférická – ak dráhy všetkých bodov ležia na sústredných guľových plochách,
- priestorová – ak neplatia podmienky pre rovinnú a sférickú reťaz.

(ŠESTÁK, Jozef. 1969)



Obr.č.1:

Kĺbová kinematická reťaz (1987)

Kĺbové kinematické reťaze - sú také, ktorých členy sú vzájomne spojené kĺbmi, pričom každý člen je v pohybe. Pohyb určitého člena budeme môcť voliť ľubovoľne, ale pohyb ostávajúcich kĺbov tým už bude presne určený. Počet ľubovoľne voliteľných určovacích prvkov pohybu kinematickej reťaze, t.j. počet absolútnych hodnôt a smerov rýchlosti jednotlivých kĺbov, resp. ľubovoľných bodov, pevne spojených s určitými členmi reťaze, aby reťaz bola v pohybe, nazývame stupeň voľnosti pohybu kinematickej reťaze. Voľný bod v rovine má dva stupne voľnosti pohybu, a to smer a absolútnu hodnotu rýchlosti tohto bodu. Stupeň voľnosti pohybu bodu v rovine 2. Na určenie pohybu tuhej priamky musíme určiť pohyb jej jedného bodu A, teda dva ľubovoľné voliteľné určovacie prvky pohybu, ako aj absolútnu hodnotu rýchlosti $\boldsymbol{v_{BA}}$ ďalšieho bodu B vzhľadom na bod A, nie však už smer, pretože rýchlosť $\boldsymbol{v_{BA}}$ má smer kolmý na spojnicu $\overline{AB}$. Môžeme však voliť aj smery, rýchlosti bodov A a B a absolútnu hodnotu rýchlosti jedného s týchto bodov. Stupeň voľnosti pohybu tuhej priamky v rovine je 3. Ak s priamkou $\overline{AB}$ pevne spojíme ďalší bod C, ktorý na priamke $\overline{AB}$ neleží, a určíme pohyb tuhej priamky $\overline{AB}$, tak vieme zostrojiť rýchlosť bodu C, resp. každého ďalšieho bodu pevne spojeného s pohybujúcou sa tuhou priamkou $\overline{AB}$. Rovinný útvar má preto tri stupne voľnosti pohybu v rovine. (1987)

Kinematické reťaze núteného pohybu : sa rozdeľujú aj na : otvorené alebo uzatvorené. Vynechaním vždy jedného prúta, teda člena reťaze, zvýši sa stupeň voľnosti reťaze o jednotku. Keď vynecháme f prútov z pôvodnej nepremennej reťaze, bude stupeň voľnosti pohybu ostávajúcej časti reťaze : $n = 3 + f$ **(1)**

Číslo f nazývame počet chýbajúcich prútov a je to minimálny počet prútov, ktoré musíme pridať reťazi, aby sa stala nepremennou reťazou. Ak sa geometrický obrazec skladá z p polygónov, ktoré sa vzájomne neprekryjú, tak aby tento obrazec bol nepremenný, je potrebné aby $s = 2p + 1$ **(2)**

kde s je počet telies, resp. členov geometrického obrazca.

Na (obr. č. 1) je počet $p = 4$ a potom $s = 9$, čo je počet prútov vstupujúcich do geometrického obrazca, pričom prúty sú spojené kĺbmi. Nech je v reťazi počet chýbajúcich prútov f. Potom rovnica : **(2)** bude vyzerať : $s = 2p + 1 + f$ **(3)**

z čoho $f = s - 2p - 1$ **(4)**

Dosadením tejto rovnice do rovnice : **(1)** pre stupeň voľnosti pohybu reťaze dostávame :

$$n = s - 2p + 2 \qquad \textbf{(5)}$$

Toto číslo sme získali z ľubovoľne zvolených prvkov určujúcich pohyb reťaze. Pre reťaz núteného pohybu platí : $n = 4$ a počet s členov, resp. prútov tejto reťaze z rovnice **(5)** je

$$n = 2\,(\,p + 1\,) \qquad \textbf{(6)}$$

Táto rovnica je reláciou medzi počtom prútov a je zároveň aj relácia charakterizujúca reťaz núteného pohybu. Ak upevníme jeden člen kinematickej reťaze núteného pohybu, dostávame mechanizmus a pevný člen nazývame <u>rám</u>. Z každej kinematickej reťaze núteného pohybu môžeme zostrojiť minimálne toľko mechanizmov, koľko má reťaz členov. Na výpočet stupňa pohybu kinematickej reťaze používame vzťah :

$$n = 3m - 2r_2 - 1r_1 \tag{7}$$

kde m je počet členov kinematickej reťaze, r_2 počet nižších kinematických dvojíc a r_1 počet vyšších kinematických dvojíc.

V kinematike poznáme viac druhov kĺbových kinematických reťazí. V kinematike sa vyskytujú aj kinematické reťaze so zakrivenou kulisou, pre ktoré platí rovnica ***(5)*** pre stupeň voľnosti pohybu. Kinematická dvojica môže byť vyššia (šmyková) alebo nižšia (rotačná, valivá, posuvná). Šmyková kinematická dvojica odoberá jeden stupeň voľnosti pohybu. Nižšie kinematické dvojice odoberajú dva stupne voľnosti pohybu. Posuvná kinematická dvojica môže byť priamočiara a krivočiara. (1987)

Pod pojmom kinematické dvojice rozumieme prvky dvoch stýkajúcich sa členov sústavy. Vhodnou voľbou geometrického tvaru týchto prvkov dosiahneme žiadaný druh vzájomnej pohyblivosti príslušných členov. Vhodnou voľbou tvaru (rozmeru) všetkých členov sústavy v súvislosti s ich vzájomnými väzbami dosiahneme žiadanú pohyblivosti sústavy (mechanizmu). Vyšetrovaním kinematických dvojíc a zložením sústav sa zaoberá kinematická geometria. (ŠREJTR, Josef. 1963)

Kinematické dvojice delíme :

- dvojica rotačná – umožňuje len rotačný pohyb okolo stálej osi. Má teda jeden stupeň voľnosti. Reakcia predstavuje dve neznáme (veľkosť a smer). Túto dvojicu označujeme – r.
- dvojica posuvná – dovoľuje len priamočiare, alebo krivočiare spojenie dvoch členov. Má jeden stupeň voľnosti. Reakcia má dve neznáme (veľkosť a polohu). Označujeme ju - p.
- dvojica valivá – dovoľuje len valivý pohyb, to znamená rotáciu okolo okamžitého stredu otáčania (pólu pohybu). Má jeden stupeň voľnosti. Reakcia má dve neznáme (veľkosť a smer). Pre valivý pohyb sa využíva drsnosti podložky a valiaceho sa člena. Je to v podstate zovšeobecnená dvojica rotačná. Označujeme ju – v.
- dvojica obecná – hovoríme jej i plošná podpora. Dovoľuje posuv a natočenie. V dotykovom bode nastáva šmýkanie. Má dva stupne voľnosti. Reakcia má len jednu neznámu (veľkosť). Obecnú dvojicu predstavuje napr. : koleso traktora v okamžiku preklzovania. (Natáča sa, ale i posúva). Označujeme ju – o. (1969)

3.2 MECHANIZMY

3.2.1 Popis a vytváranie mechanizmov

Mechanizmus - je sústava telies, ktoré sa môžu vzájomne pohybovať a ktorým väzby ponechajú jeden alebo dva stupne voľnosti pohybu. Je tvorený sústavou vzájomne pohyblivo viazaných telies, z ktorých jedno je nepohyblivé (alebo z ktorého jedno považujeme za základné) a nazýva sa rám. Mechanizmus prakticky dostávame z kinematickej reťaze núteného pohybu ($n = 4$), resp. z uzatvorenej kinematickej reťaze ($n = 5$) upevnením jedného člena. Pre stupeň voľnosti pohybu vzhľadom na ***(7)***

platí rovnica :

$$n = 3(m-1) - 2r_2 - 1r_1 \qquad (8)$$

Rovinné mechanizmy sú také, ktorých členy sa pohybujú vo vzájomne rovnobežných rovinách. Sférické mechanizmy sú také, v ktorých jeden bod, ako bod všetkých členov mechanizmu je trvale v pokoji. Mechanizmy, ktoré slúžia na prevod pohybu (resp. na premenu síl, momentov) nazývame prevodové; tie slúžia na vedenie bodov a telies po určitých trajektóriách sú vodiace. Člen, ktorý poháňa mechanizmus, nazývame hnací člen. Pohybom hnacích členov je jednoznačne určený pohyb celého mechanizmu. Možno vysloviť túto dôležitú vetu : "Hnacích členov je toľko, koľko stupňov voľnosti pohybu má mechanizmus. Súradnice hnacích členov (uhly, dĺžky,...) nazývame súradnice mechanizmu. Všetky ostatné členy nazývame hnané." V prevodových mechanizmoch hnací člen nazývame aj vstupný člen. Člen, ktorý koná užitočný pohyb (pre ktorý bol mechanizmus navrhnutý), je výstupný člen . (1987)

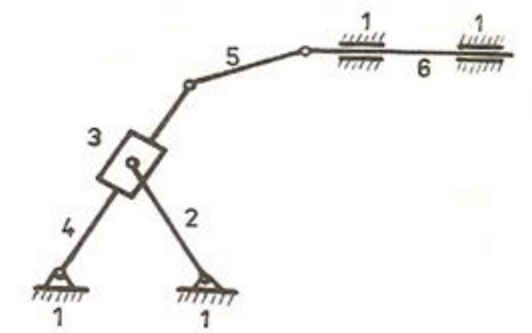
Telesá, z ktorých je mechanizmus zložený, sú jeho členy. Dva členy, ktoré sa vzájomne dotýkajú a ktoré sa môžu voči sebe pohybovať, tvoria kinematickú dvojicu. Kinematické dvojice delíme podľa charakteru dotyku oboch telies na : nižšie a vyššie. U nižších kinematických dvojíc sa stretajú oba členy na ploche. U vyšších kinematických dvojíc sa stretávajú v krivke alebo v bode. Vzájomná poloha dvoch členov viazaných kinematickou dvojicou je určená súradnicami tejto dvojice. Ich počet sa rovná počtu stupňov voľnosti, ktorý má po viazaní prostredníctvom kinematickej dvojice jeden člen.

(CABAN, Slavomír - CHLEBOVÁ, Zuzana. 2006)

Teória mechanizmov : sa zaoberá otázkami zloženia a geometrie mechanizmov, rozborom mechanizmov ku skutočným zákonom pohybov za pôsobenia daných síl, syntézy mechanizmov a metód výpočtu mechanizmov. Delí sa na dve hlavné časti : Kinematika mechanizmov a dynamika mechanizmov. Kinematika sa zaoberá rozborom zloženia a kinematického vyšetrovania mechanizmov. Vyšetruje sa zloženie mechanizmov, určujú sa trajektórie, stredy krivosti trajektórii, rýchlosti a zrýchlenia jednotlivých bodov členov mechanizmu. Syntéza mechanizmov sa zaoberá návrhom pracovných mechanizmov podľa technologických podmienok výroby. Dynamika mechanizmov vyšetruje pohyby členov mechanizmu pri pôsobení vnútorných hnacích a odporových síl. Okrem toho sa určujú v dynamike sily, ktoré pôsobia na členy mechanizmov a ktoré sú potrebné pre výpočet pevnosti, vyvažovania a pod. (CHARVÁT, Jaroslav. 1970)

Vytváranie mechanizmov :

Jednoduché mechanizmy s jedným stupňov voľnosti pohybu nazývame základné ; sú buď štvorčlenné, alebo trojčlenné. Jednoduché mechanizmy vytvárame zo štvorčlennej kinematickej reťaze núteného pohybu tak, že postupne upevňujeme jednotlivé členy kinematickej reťaze, prípadne nahrádzame niektoré kĺby nevlastnými kĺbmi. Tak postupne dostaneme tieto mechanizmy : kľukovo-vahadlový, Whitworthov, kľukový, ktorý delíme na centrický a excentrický, miešací; v prípade kinematickej reťaze, ktorá má dva nevlastné kĺby, dostaneme známy mechanizmus Oldhamovej spojky, mechanizmus pravouhlej kulisy atď. Trojčlenné mechanizmy nutne obsahujú jednu vyššiu kinematickú dvojicu. Typickými predstaviteľmi sú vačkové mechanizmy. Zložené mechanizmy (aj viacčlenné) vznikajú často tak, že k základným mechanizmom pripojíme skupinu členov, najčastejšie binárnu.



Obr.č. 2 :

Vodiaci mechanizmus (1987)

Vytváranie kinematickej reťaze z mechanizmu :

Veľmi často sa pri riešení mechanizmov vyskytuje opačná úloha a to vytvoriť z daného mechanizmu kinematickú reťaz. Táto je potrebná na správne stanovenie pôvodného a recipročného pohybu, najmä pri riešení úlohy hľadania stredov krivosti dráh bodov príslušných členov. Na (Obr. č. 2) je vodiaci mechanizmus (používa sa napr.: pri obrábacích strojoch) a je treba nájsť kinematickú reťaz. Postupujeme nasledovne : Stanovíme si, či je v mechanizme zložitá skupina členov (je to spojenie určitého člena s viacerými členmi). V našom prípade sú dva ternárne členy spojené v jednom kĺbe. K nim pridáme zostávajúce členy a máme hľadanú reťaz. Uvedomme si, že posuvná dvojica je pre kreslenie kinematického reťazca ekvivalentne nahraditeľná rotačným kĺbom, resp. valivou kinematickou dvojicou.

3.2.2 Rozdelenie mechanizmov

Podľa vykonávaného pohybu :

- Rovinné mechanizmy – ich členy sa pohybujú vo vzájomne rovnobežných rovinách.
- Sférické mechanizmy – jeden bod, ktorý je spoločný pre všetky členy je trvale v pokoji.
- Priestorové mechanizmy – môžu vykonávať všeobecný pohyb.

Podľa účelu :

- Prevodové mechanizmy – slúžia na prevod pohybu, alebo na premenu síl a momentov.
    - Mechanizmy so stálym prevodom
    - Mechanizmy s premenlivým prevodom
- Vodiace mechanizmy – slúžia na vedenie bodov a telies po určitých dráhach.

Podľa počtu členov :

- Jednoduché mechanizmy – majú 3 až 4 členy.
- Zložité mechanizmy – majú 6 a viac členov.

Podľa použitých členov :

- kĺbové
- vačkové
- mechanizmy s ozubenými kolesami
- hydraulické
- pneumatické
- iné

Stredy krivosti dráh bodov pri relatívnom pohybe delíme do skupín :

- stredy krivosti dráh bodov pri rotačných kinematických dvojiciach
- stredy krivosti dráh bodov pri translačných kinematických dvojiciach
- stredy krivosti dráh bodov pri preklzujúcich kinematických dvojiciach

(1987)

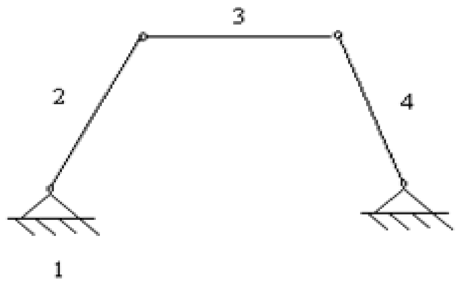
3.2.3 Trojčlenné mechanizmy

Tieto mechanizmy sú tvorené tromi telesami, ktoré sa dotýkajú v troch miestach. Jedna z kinematických dvojíc u týchto mechanizmov musí mať viac stupňov voľnosti než jeden a to preto, aby súčet stupňov voľnosti všetkých dvojíc bol rovný štyrom. Jedna z dvojíc musí byť preto dvojicou obecnou s dvomi stupňami voľnosti. Variácií kinematických dvojíc je veľké množstvo.

3.2.4 Štvorčlenné mechanizmy

Štvorčlenné mechanizmy sú zostavené výlučne z dvojíc o jednom stupni voľnosti. Spojenia medzi jednotlivými členmi sú teda buď rotačné, posuvné alebo valivé. Najviac môžu však mať dve posuvné kinematické dvojice. Tieto mechanizmy spolu s trojčlennými sú najpoužívanejšie zariadenia na poľnohospodárskych strojoch. Vyznačujú sa jednoduchosťou konštrukčného prevedenia a malým počtom členov. Podľa rozmerov členov a ich upevnenia je počet štvorčlenných mechanizmov nekonečne veľký. Obyčajne u týchto mechanizmov zisťujeme vzájomný pohyb dvoch členov, ktoré sú pohyblivé vzhľadom na rám. Štvrtý člen tento vzájomný pohyb sprostredkuje.

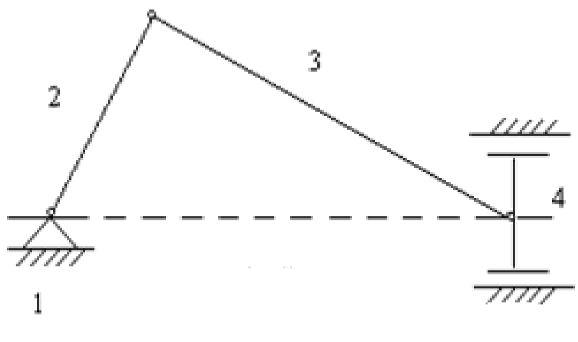
Štvorčlenné mechanizmy môžeme rozdeliť podľa kinematických dvojíc, ktoré sa v nich vyskytujú. Keď všetky spojenia členov mechanizmu sú rotačné nazývame mechanizmus dvojkľukovým (Obr. č. 3).



Obr.č.3 :

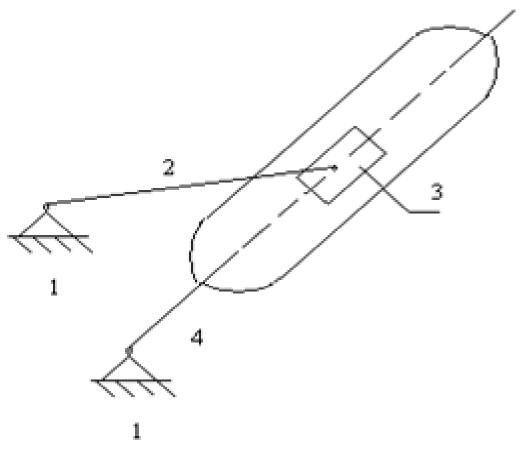
Dvojkľukový mechanizmus (1969)

Členy 2 a 4 nazývame kľukami alebo vahadlami, podľa toho či sa môžu otáčať dokola alebo či sa môžu len kývať. Spojovací člen 3 nazývame ojnicou. Mechanizmom sa prenáša rotačný pohyb. Ak polomer jednej kľuky napr. : 4 narastie nad všetky medze, kruhová dráha sa zmení na priamku. Kľuku 4 potom nahradíme posuvným členom (Obr. č. 4). Takto dostaneme kľukový mechanizmus, ktorý sa konštrukčne rieši v mnohých variantách.



Obr.č.4 :

Kľukový mechanizmus (1969)



Obr.č. 5 :

Whitworthov mechanizmus (1969)

Iným štvorčlenným mechanizmom je Whitworthov mechanizmus (Obr. č. 5). Poháňací člen je kľuka 2, ktorá sa rovnomerne otáča a kameňom 2 poháňa vahadlo 4, ktoré kýva.

Kľukový mechanizmus sa vyskytuje v dvojakej konštrukčnej úprave ako mechanizmus stredový (centrický) a excentrický. V poľnohospodárskom strojníctve sa vyskytuje vo väčšej miere mechanizmus centrický. Excentrický je bežným ústrojenstvom pri poťahových kosačkách.

Základným znakom kľukového mechanizmu centrického je, že os dráhy križiaku (piestu) prechádza stredom kľukového čapu. Kľukový mechanizmus excentrický je charakteristický tým, že os dráhy križiaka neprechádza stredom otáčania kľuky. (1969)

3.3 RIEŠENIE MECHANIZMOV

3.3.1 História

Pre kinematické riešenie priestorových mechanizmov je možné použiť vektorovú metódu, ktorej autorom je V. A. Zinovev. Táto metóda je však pre svoj zápis pri skalárnom rozpísaní vektorových rovníc veľmi komplikovaná. R. Bereis úspešne použil komplexnú premennú na riešenie rovinných mechanizmov. F. H. Raven zovšeobecnil použitie komplexnej premennej pre priestor tak, že pripojil tretiu súradnicu. Najvýhodnejšou metódou sa javí použitie maticového počtu. Matice štvrtého rádu zaviedli J. Denavit a R. S. Hartenberg. Podobne riešil niektoré problémy rovinných a sférických mechanizmov maticovým počtom G. S. Kalicin. Na možnosť použitia kvaterniónov, resp. bikvaterniónov v kinematike telesa upozornil J. Novák. Všeobecnými metódami analytického riešenia sa zaoberali S. G. Kislicin a J. F. Moroškin. V kinematike priestorových mechanizmov zaviedol u nás použitie maticového počtu prvý krát významný český mechanik V. Brát. Jednotlivé pohyby, ktoré prebiehajú v rovnakom čase, možno opísať maticovými rovnicami. Existujú odvodené vzťahy tak pre jednoduché pohyby, ako aj pre súčasné pohyby. Pre vhodnosť a všeobecnosť použitia maticovej metódy hovorí nielen možnosť obsiahnuť rovnicami priamo priestory jednotlivých členov, ale aj vhodné použitie číslicových počítacích strojov, pretože strojové metódy numerického riešenia systémov rovníc sú v aplikovanej matematike dosť prepracované. (1987)

Mohutný rozvoj techniky a mechanizácie výrobných procesov kladie veľké požiadavky na rozvoj a teóriu rovinných, ako aj priestorových mechanizmov. Priestorovými mechanizmami je možné nahradiť veľké množstvo rôznych strojov zložených s rôznych rovinných a sférických mechanizmov. Prechod na výrobné automaty a výrobné linky vyžaduje presné a jednoduché mechanizmy, ktoré majú realizovať zložité priestorové pohyby. Ich realizácii do technickej praxe však spravidla bráni obťažnosť metód kinematického riešenia mechanizmov, a tým aj syntézy týchto mechanizmov. Úlohou analýzy mechanizmov je stanoviť pri danom pohybe hnacieho člena pohyb ostatných členov, zvlášť však kinematických veličín príslušného mechanizmu. Prvotné požiadavky na mechanizmus, ktoré vyplývajú z technológie výroby, sú kinematicko-geometrické. Mechanizmus je navrhnutý spravidla na druh a kvalitu pohybu. (1987)

3.3.2 Analytické riešenie mechanizmov

Pri analytickom riešení mechanizmov ide o zisťovanie jednotlivých hnaných členov, prípadne niektorých bodov týchto členov v závislosti od známeho či predpísaného pohybu hnacích členov. V podstate ide o stanovenie závislosti polohy, rýchlosti a zrýchlení (natočenie uhlov, uhlové rýchlosti, uhlové zrýchlenia) skúmaných členov a bodov v závislosti od pohybu hnacieho člena.

Pri analytickom riešení mechanizmov osobitné miesto zaujímajú :

1. **Trigonometrická metóda**
2. **Vektorová metóda**
3. **Metóda komplexných čísel**
4. **Prevodové funkcie**
5. **Parametrická metóda**
6. **Maticová metóda**

Veličiny rýchlosť, zrýchlenie, uhlová rýchlosť, uhlové zrýchlenie mali doteraz vektorový charakter. Pri analytickom riešení o nich uvažujeme ako o skalárnych hodnotách. (1987)

Východiskom analytického riešenia je závislosť medzi polohou hnacieho a hnaného člena mechanizmu, to znamená medzi hlavnými členmi mechanizmu. Analytické metódy kinematického riešenia mechanizmov dávajú presnejšie výsledky ako grafické metódy. Slúžia ako podklad na algoritmizáciu úlohy, a tým na zostavenie programu na riešenie pomocou počítača. (ŠESTÁK a kol. 1985)

3.3.2.1 Trigonometrická metóda

Je to bežná analytická metóda, pri ktorej zostavujeme podľa náčrtu mechanizmu matematické vzťahy, ktoré vyjadrujú geometrickú väzbu medzi hlavnými členmi mechanizmu. Geometrické závislosti pri použití trigonometrickej metódy získame vhodným trigonometrickým riešením obrazca resp. obrazcov, ktoré mechanizmus poskytuje. Obrazec zvyčajne rozdelíme na vhodné trojuholníky, v ktorých figurujú hľadané dĺžky a uhly ako veličiny člena mechanizmu. Cieľom je nájsť toľko vzťahov medzi polohovými veličinami hnaných a hnacích členov, koľko je neznámych. Táto metóda je vhodná na riešenie jednoduchých rovinných mechanizmov. (1987)

Využíva sa hlavne pri riešení trojčlenných a štvorčlenných mechanizmov. Pri riešení zvyčajne postupujeme tak, že riešení mechanizmus, reprezentovaný jeho kinematickou schémou, zakreslíme v jeho všeobecnej polohe, teda polohe, v ktorej sa nachádza vo všeobecnom časovom okamihu v rámci vyšetrovaného intervalu pohybu. Hľadané geometrické veličiny riešime potom trigonometricky, t.j. využitím trigonometrických zákonitostí (vzťahov, poučiek) platných pre pravouhlý, resp. všeobecný trojuholník (Pytagorova veta, kosínusová veta a pod.) (2006)

3.3.2.2 Vektorová metóda

Táto metóda je vhodná na riešenie zložených rovinných i priestorových mechanizmov. Úlohou analytického kinematického riešenia mechanizmov je vyšetriť pohyb hnaných členov a významných bodov týchto členov v závislosti od známeho resp. predpísaného pohybu hnacích členov. Spravidla nás najviac zaujíma pohyb výstupných pracovných členov, polohy ťažísk členov a stredov spojených susedných členov pre ďalšie etapy skúmania mechanizmu (dynamickú analýzu, pevnostné výpočty, určovanie životnosti a spoľahlivosti atd.). Vyšetriť pohyb znamená zistiť závislosť zmeny hodnôt súradníc polohy, rýchlostí a zrýchlení skúmaných členov, ktorých počet je rovný pohyblivosti mechanizmu. Po analýze štruktúry utvoríme matematický model mechanizmu vo forme vektorových a skalárnych slučkových rovníc s globálnymi súradnicami polohy členov. Takto získanú sústavu rovníc riešime pomocou programu na výkonnom počítači.

(www.sjf.stuba.sk)

Vektorová metóda popisuje kinematickú schému rovinného mechanizmu vektorovými mnohouholníkmi a dáva všeobecný návod ako získať rovnice pre polohu a tiež rovnice pre rýchlosti a zrýchlenia mechanizmu. Pri kinematickom vyšetrovaní je pohyb hnacích členov mechanizmu (v hnacích kinematických dvojiciach) daný. Predmetom riešenia je pohyb hnaných členov a ich významných bodov. Vzťahy pre polohu hnaných členov vo všeobecnosti tvoria sústavu simultánnych transcendentných rovníc. Vzťahy pre rýchlosti a zrýchlenia sú však už lineárne. Jednoduché mechanizmy sú popísané jedným vektorovým mnohouholníkom, zložené mechanizmy sú popísané viacerými mnohouholníkmi. Kinematickú schému jednoduchého rovinného mechanizmu môžeme charakterizovať mnohouholníkom, ktorého vrcholy ležia v stredoch kĺbov, na osiach posuvných kinematických dvojíc, vo významných bodoch väzbových kriviek všeobecných a valivých kinematických dvojíc a pod. Strany mnohouholníka považujeme za vektory s orientáciou za sebou. Uhly, ktoré tieto vektory zvierajú s osou je potrebné merať vždy od kladnej poloosi osi x smerom k vektoru v kladnom zmysle. Rozpísaním vektorovej rovnice do skalárnych rovníc dostaneme dve skalárne rovnice pre polohu mechanizmu. Tieto rovnice obsahujú okrem súradníc hnacích členov vždy práve dve neznáme súradnice určujúce polohu hnaných členov. Deriváciou rovníc polohy podľa času dostaneme rovnice pre rýchlosti a ich druhou deriváciou podľa času rovnice zrýchlenia. Po vyšetrení pohybu daného mechanizmu môžeme vyjadriť tiež rovnice pre pohyb všeobecného bodu ľubovoľného jeho člena. (2006)

3.3.2.3 Metóda komplexných čísel

Postup pri riešení metódou komplexných čísel je podobný ako pri vektorovej metóde. Kinematickej schéme mechanizmu priradíme jeden alebo viac mnohouholníkov podľa toho, či riešime jednoduchý alebo zložitý mechanizmus. Rovinu mechanizmu považujeme za komplexnú a jednotlivé strany mnohouholníkov za komplexné čísla. Porovnaním reálnych a imaginárnych častí získame systém skalárnych rovníc, riešiacich polohu mechanizmu. Ku vzťahom pre rýchlosti a zrýchlenia prejdeme deriváciami podľa času.
(1987)

Reálna časť predstavuje priemet do x-ovej osi a imaginárna časť predstavuje priemet do y-ovej osi. Systém rovníc, ktoré riešia úlohu polohy, sa získa pre jednu slučku i vektorovú metódu. Obsahujú dve neznáme, keďže v každom jednoduchom mechanizme možno počet závislých súradníc hnaných členov mechanizmu redukovať na dve. Derivovaním rovní polohy podľa času sa získajú príslušné rýchlosti. Ďalším derivovaním rovníc rýchlostí sa získajú rovnice zrýchlení. Použitie metódy komplexných čísel je možné aplikovať len na rovinu. (BARBORÁK, Oto. 2000)

3.3.2.4 Prevodové funkcie

Prevodové funkcie charakterizujú rovinný mechanizmus s jedným stupňom voľnosti po geometrickej stránke. Sú reprezentované funkciami zdvihová závislosť, prevod a derivácia prevodu. Zdvihová závislosť je závislosťou medzi súradnicou s hnaného člena a súradnicou hnacieho člena. Prevod je definovaný deriváciou súradnice s hnaného člena podľa súradnice hnacieho člena. (2006)

3.3.2.5 Parametrická metóda

Pri tejto metóde vychádzame z kinematickej schémy mechanizmu nakreslenej v mierke. Podľa schémy zostavíme takú geometrickú väzbu medzi hlavnými členmi mechanizmu, aby dosahovala parameter (dĺžku alebo uhol), ktorého veľkosť môžeme ľahko odmeriavať v nákrese mechanizmu. Táto metóda rieši kinematické pomery v danej (lokálnej) polohe mechanizmu. (ŠESTÁK, Jozef. 2006)

3.3.2.6 Maticová metóda

Maticová metóda kinematického riešenia mechanizmov vychádza z maticovej formulácie kinematiky súčasných pohybov. Je to metóda vhodná na vyšetrovanie priestorových aj rovinných mechanizmov. Pomocou maticovej metódy je možné formulovať riešenie pre sústavy vytvárajúce jednoduché otvorené reťazce, ale aj pre zložené mechanizmy pozostávajúce z niekoľkých slučiek. Ak je mechanizmus tvorený jednoduchým otvoreným reťazcom, potom je jeho pohyb známy vtedy, keď poznáme súradnice všetkých kinematických dvojíc ako funkcie času. Teória jednoduchých otvorených reťazcov má priame použitie pri kinematickej analýze rôznych manipulátorov a robotov. (Kopecký, Miroslav - KOMPIŠ, Vladimír – ŠVORČÍK, Stanislav. 1990)

3.3.3 Grafické riešenie mechanizmov

Pri grafickom kinematickom riešení mechanizmov vyšetrujeme na základe známeho pohybu hnacieho člena prípadne hnacích členov kinematické veličiny – polohu, rýchlosť a zrýchlenie resp. uhlovú polohu, uhlovú rýchlosť a uhlové zrýchlenie – hnaných členov a ich významných bodov graficky. Metódy riešenia sú založené na priamej aplikácii teórie súčasných pohybov, poznatkov kinematicky bodu a telesa, kinematiky obecného rovinného pohybu telesa a poznatkov o meraniach. Grafické riešenie je prakticky obmedzené len na rovinné mechanizmy i keď je principiálne môžeme graficky riešiť aj mechanizmy priestorové.

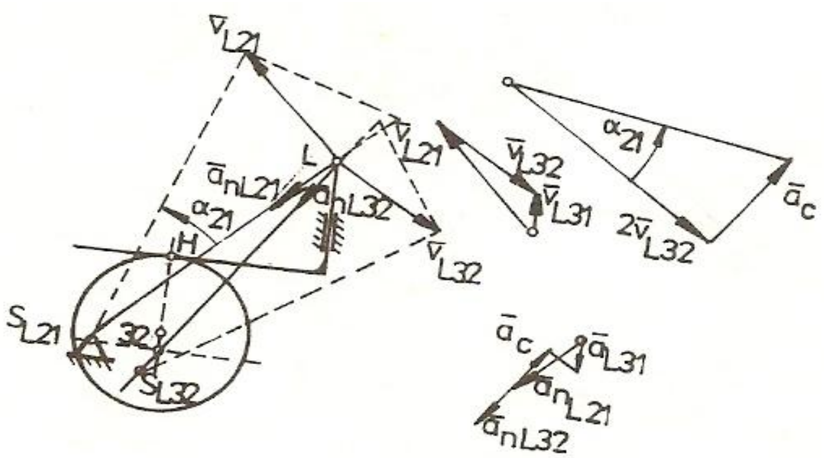
Na grafické riešenie používame tieto metódy :

1. Základný rozklad všeobecného rovinného pohybu (Poinsotov rozklad)
2. Súčasné pohyby telies v rovine

Druhé riešenie je univerzálnejšie. Stupeň voľnosti pohybu určujeme vzťahom ***(8)***

3.3.3.1 Grafické riešenie trojčlenných mechanizmov

Trojčlenné mechanizmy sa v technickej praxi používajú veľmi často. Jednak preto, že počet členov je malý, a jednak preto, že umožňujú prenášať veľké výkony. Nevýhodou je hlučnosť premeny energie šmykovej kinematickej dvojici. Riešenie robíme len metódou súčasných pohybov telies. (1987)



Obr.č. 6 :

Kinematická analýza trojčlenného mechanizmu (1987)

Riešenie : Majme danú uhlovú rýchlosť $|\omega_{21}|=$ ***konšt***. Stanovme rýchlosť a zrýchlenie bodu L telesa 3 vzhľadom na teleso 1. Pre bod L telesa 3 možno pomocou súčasných pohybov telies písať :

$$v_{L31} = v_{L32} + \underline{v_{L21}}$$

smer $\perp$L31 smer L32 smer $\perp$L21

Teleso 2 vykonáva rotačný pohyb okolo bodu 21. Pre každý bod s ním pevne spojený platí:

$$|\omega 21| = \tan\alpha_{21} \Rightarrow \alpha_{21} \Rightarrow v_{L21}$$

Okamžitý stred otáčania 32 dostaneme už známym spôsobom pomocou ružice. Pretože platí, že každým okamžitým stredom otáčania prechádza m – 2 priamok (kenedyovských), v prípade trojčlenných mechanizmov je to len jedna priamka : 31–32–21

Tá by však na určenie hľadaného okamžitého stredu otáčania nestačila. Bernouliho veta hovorí, že normály dráh všetkých bodov prechádzajú okamžitým stredom otáčania. Je zrejmé, že stačí normála jedného bodu člena 3 pri pohybe vzhľadom na člen 2, ktorá na spojnici okamžitých stredov vytne hľadaný okamžitý stred otáčania 32. Tým vieme rovnicu rýchlosti zostrojiť. Na (Obr. č. 6) je použitá normála bodu H. Pre zrýchlenie bodu L platí :

$$a_{L31} = a_{L32} + \underline{a_{L21}} + 2\,\omega_{21} \times v_{L32}$$

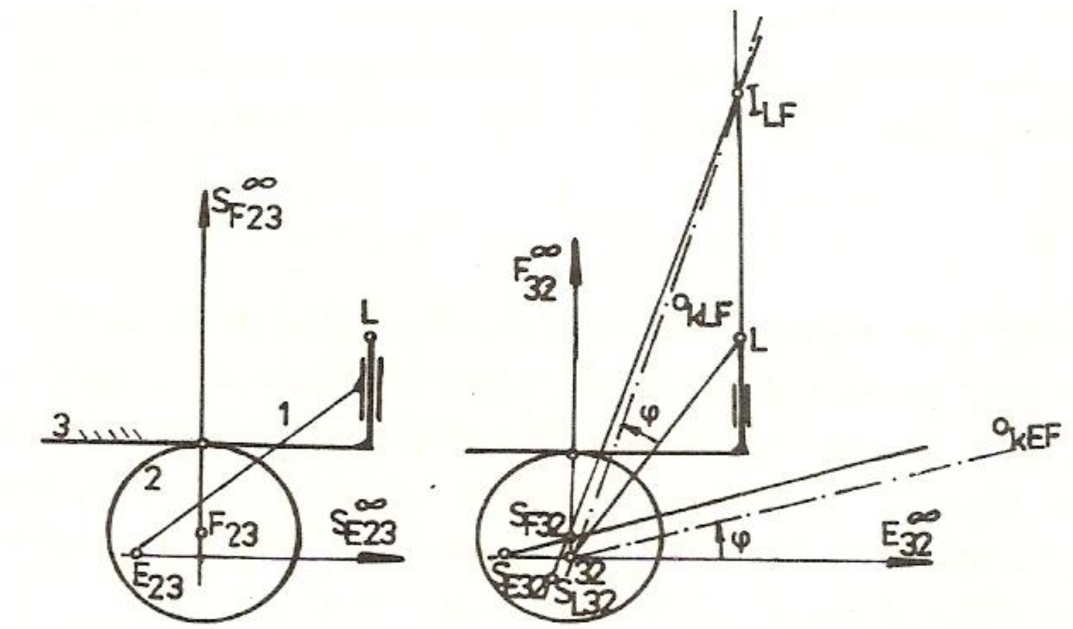
A po rozpísaní na normálové a tangenciálne zložky dostávame :

$$a_{nL31} + a_{tL31} = a_{nL32} + a_{tL32} + a_{nL21} + a_{tL21} + 2\omega_{21} \times v_{L32}$$

= 0	smer $\perp$ L31		smer $\perp$ L32			= 0	
		zostrojiť		zostrojiť			zostrojiť
		(v_{L32}, S_{L32})		(v_{L21}, S_{L21})			

Zrýchlenie a_{nL31} je nulové, pretože pohyb člena 3 vzhľadom na člen 1 je priamočiaro translačný. Tangenciálne zrýchlenie a_{tL31} má smer rýchlosti v_{L31}. Pohyb člena 3 vzhľadom na člen 2 je všeobecný a na zostrojenie normálového zrýchlenia a_{nL32} potrebujeme poznať S_{L32}. Hľadaný stred krivosti dráhy bodu S_{L32} zostrojíme

Bobilierovou konštrukciou. Na to potrebujeme poznať tri body telesa 3 a dva ich stredy pri pohybe telesa 3 vzhľadom na teleso 2. Urobíme recipročný pohyb telesa 2 vzhľadom na teleso 3 a za tým účelom urobíme z mechanizmu kinematickú reťaz núteného pohybu. Upevníme člen 3 (Obr. č. 7), zvolíme body E,F telesa 2 a nájdeme ich stredy krivosti. Urobíme zámenu (zamieňajú sa body za stredy krivosti dráh a naopak), a tak dostaneme podklad na zostrojenie stredu krivosti dráh bodu Bobilierovou konštrukciou . Coriolisovo zrýchlenie $\boldsymbol{2\omega_{21}}$ x $\boldsymbol{v_{L32}}$ je určené uhlom $\boldsymbol{\alpha_{21}}$ a je zostrojené na (Obr. č. 6). Pohyb člena 2 vzhľadom na člen 1 je rotačný. Všetky body člena 2 potom vykonávajú rotačný pohyb okolo bodu 21. Preto platí $\boldsymbol{21 \equiv S_{L21}}$ (bod L sme pevne spojili s členom 2). Zostrojenie normálového zrýchlenia $\boldsymbol{a_{nL21}}$ je zrejmé z (Obr. č. 6) Tangenciálne zrýchlenie $\mathbf{a_{tL21} = 0}$, pretože $\boldsymbol{\omega_{21}}$ = **konšt**.



Obr. č. 7 :

Bobilierova konštrukcia

3.3.3.2 Grafické riešenie štvorčlenných mechanizmov

Pri vlastnom riešení mechanizmov zavedieme nasledujúci dohovor : známe veličiny sú v rovniciach podčiarknuté. Veličiny, pre ktoré poznáme len smer, sú v rovniciach osobitne označené, napr. : $\boldsymbol{v_{A21}}$

smer ⊥ A21

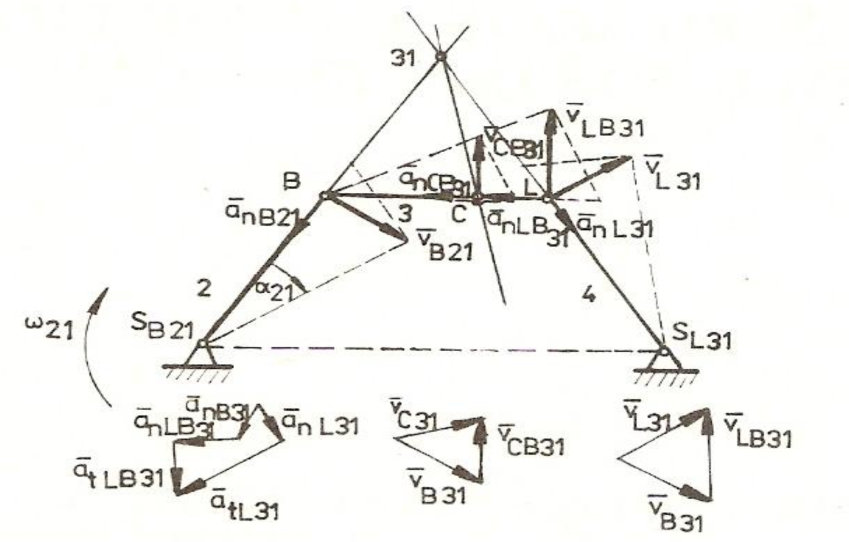
Veličiny, ktoré máme zostrojiť, sú označené napr. takto :

$\boldsymbol{a}_{A21}$

zostrojiť

<u>Riešenie</u> : Nech $|\boldsymbol{\omega_{21}}|$ = **konšt.** Stanovíme rýchlosť a zrýchlenie bodov L a C telesa 3 pri pohybe vzhľadom na rám 1. Vo fáze t leží *I* platí : $|\boldsymbol{\omega_{21}}| = \tan \boldsymbol{\alpha_{21}}$

Vypočítajme uhol $\boldsymbol{\alpha_{21}}$ (je to uhol, pod ktorým vidíme rýchlosti všetkých bodov člena 2 z okamžitého stredu otáčania 21). Pretože nositeľkou rýchlosti bodu B pri pohybe telesa 2 vzhľadom na člen 1 je tangenta bodu B, rameno uhla $\boldsymbol{\alpha_{21}}$ vyneseného v smere otáčania už určuje koncový bod rýchlosti $\boldsymbol{v}_{B21}$.



Obr.č. 8 :

Kinematická analýza štvorčlenného mechanizmu (1987)

Pretože bod B = 32 je okamžitý stred otáčania, platí $\boldsymbol{v}_{B32} = \boldsymbol{0}$. Zrejme poznáme rýchlosť bodu B telesa 3, keďže platí $\boldsymbol{v}_{B31} = \boldsymbol{v}_{B21}$. Pre rýchlosť iného bodu L telesa 3 môžeme pomocou Poinsotovho rozkladu písať : $\boldsymbol{v}_{L31} = \underline{\boldsymbol{v}_{B31}} + \boldsymbol{v}_{LB31}$

smer ⊥ L31 smer ⊥ LB

Rýchlosť $\boldsymbol{v}_{B31}$ vieme rozložiť na dva smery splniac požiadavky príslušnej rovnice. Okamžitý stred otáčania 31 vieme nájsť pomocou ružice :

$$\begin{array}{ccc} & 32 & \\ & | & \\ 41 - & 31 & - 34 \\ & | & \\ & 21 & \end{array}$$

Pre bod L pomocou súčasných pohybov možno písať : $\boldsymbol{v}_{L41} = \boldsymbol{v}_{L43} + \boldsymbol{v}_{L31}$

Pretože bod L ≡ 43 je okamžitý stred otáčania, platí $\boldsymbol{v}_{L43} = \mathbf{0}$. Potom $\boldsymbol{v}_{L41} = \boldsymbol{v}_{L31}$.

<u>Riešenie zrýchlení</u> : Vzhľadom na daný predpoklad $|\boldsymbol{\omega}_{21}| =$ ***konšt.***, uhlové zrýchlenie člena 2 pri pohybe vzhľadom na člen 1 sa rovná nule. Zrýchlenie bodu B člena 2 vzhľadom na člen 1 možno rozložiť na normálnu a tangenciálnu zložku :

$$\boldsymbol{a}_{B21} = \boldsymbol{a}_{tB21} + \boldsymbol{a}_{nB21}$$

Pretože otáčanie člena 2 pri pohybe vzhľadom na člen 1 je rovnomerné, platí $\boldsymbol{a}_{tB21} = \boldsymbol{0}$. Zrýchlenie $\boldsymbol{a}_{nB21}$ zostrojíme pomocou Euklidovej vety v prípade, že poznáme rýchlosť $\boldsymbol{v}_{B21}$ a stred krivosti dráhy bodu B $\boldsymbol{S}_{B21}$. Pre zrýchlenie bodu B člena 3 zrejme platí : $\boldsymbol{a}_{B31} = \boldsymbol{a}_{B21}$ a pre zrýchlenie bodu L člena 3 ,môžeme pomocou základného rozkladu písať: $\boldsymbol{a}_{L31} = \boldsymbol{a}_{B31} + \boldsymbol{a}_{LB31}$

Po rozpísaní na normálové a tangenciálne zložky dostávame :

$$\boldsymbol{a}_{tL31} + \boldsymbol{a}_{nL31} = \underline{\mathbf{a}_{B31}} + \boldsymbol{a}_{tLB31} + \boldsymbol{a}_{nLB31}$$

smer $\perp$L31 zostrojiť smer $\perp$LB zostrojiť

$(\boldsymbol{S}_{L31}, \boldsymbol{v}_{L31})$ $(\boldsymbol{S}_{LB}, \boldsymbol{v}_{LB31})$

Neznáme normálové zrýchlenia $\boldsymbol{a}_{nL31}$, $\boldsymbol{a}_{nLB31}$ zostrojíme pomocou Euklidovej vety pri známych stredoch $\boldsymbol{S}_{L31}$, $\boldsymbol{S}_{LB31}$ a už skôr určených rýchlostiach.

Pre bod L člena 4 platí : $\boldsymbol{a}_{L41} = \boldsymbol{a}_{L31}$

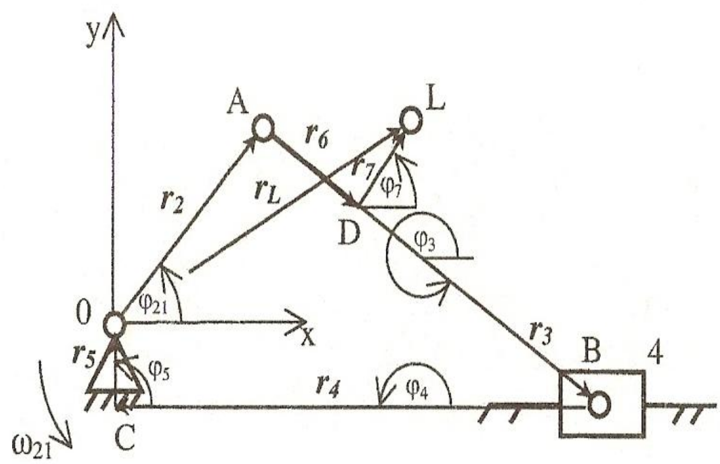
Riešením bodu C člena 3 sú rovnice: $\mathbf{v}_{C31} = \underline{\boldsymbol{v}_{B31}} + \mathbf{v}_{CB31}$

$$\mathbf{a}_{C31} = \underline{\mathbf{a}_{B31}} + \mathbf{a}_{CB31}$$

Pre bod C treba však Bobilierovou konštrukciou zostrojiť stred krivosti $\boldsymbol{S}_{C31}$. (1987)

3.3.4 Analytické riešenie štvorčlenného kľukového mechanizmu

Analyticky - Vektorovou metódov vypočítajme polohu, rýchlosť a zrýchlenie bodu L štvorčlenného kľukového mechanizmu, ak je daná poloha, rozmery, φ_{21}, $\dot{\varphi}_{21}$, $\ddot{\varphi}_{21}$.



Obr. č. 9 :

Štvorčlenný kľukový mechanizmus (2000)

<u>Riešenie :</u>

1.Jedná sa o štvorčlenný mechanizmus s počtom stupňov voľnosti i=3(4-1)-2(3+1)=1°

2.V prípade štvorčlenného mechanizmu je potrebné vypočet vykonať

- jednou uzatvorenou vektorovou slučkou mechanizmu
- jednou slučkou bodu záujmu L

3.Vo zvolenom súradnicovom systéme 0,x,y sa zvolí vektorova slučka s vektormi r_2, r_3, r_4, r_5 a smerovými uhlami φ_{21}, φ_3, φ_4, φ_5, kde sú :

- dané konštanty: dĺžky $\overline{OA}$, $\overline{AB}$, $\overline{OC}$, $\overline{AD}$, $\overline{DL}$, uhly φ_4, φ_5
- dané vstupné premenné: φ_{21}, $\dot{\varphi}_{21}$, $\ddot{\varphi}_{21}$ v závislosti na čase
- závislé premenné: dĺžka $\overline{BC}$, uhol φ_3

<u>Vektorová rovnica slučky mechanizmu :</u>

$$\boldsymbol{r_2 + r_3 + r_4 + r_5 = 0} \tag{9}$$

Rovnice polohy :

do osi x : $r_2 \cos \varphi_{21} + r_3 \cos \varphi_3 + r_4 \cos \varphi_4 + r_5 \cos \varphi_5 = 0$

do osi y : $r_2 \sin \varphi_{21} + r_3 \sin \varphi_3 + r_4 \sin \varphi_4 + r_5 \sin \varphi_5 = 0$ **(10)**

s dvomi neznámymi r_4, φ_3, ktorých riešenie vyplýva z rovníc ***(10).***

Rovnice zložiek rýchlosi :

do osi x : $- \dot{\varphi}_{21}.\ r_2 \sin \varphi_{21} - \dot{\varphi}_3.\ r_3 \sin \varphi_3 + \dot{r}_4 \cos \varphi_4 = 0$

do osi y : $\dot{\varphi}_{21}.\ r_2 \cos \varphi_{21} + \dot{\varphi}_3.\ r_3 \sin \varphi_3 + \dot{r}_4 \sin \varphi_4 = 0$ **(11)**

s dvomi neznámymi $\dot{\varphi}_3$, $\dot{r}_3$, ktorých riešenie možno vypočítať pomocou matíc :

$$\begin{bmatrix} -r_3 \sin \varphi_3 & \cos \varphi_4 \\ r_3 \cos \varphi_3 & \sin \varphi_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_3 \\ \dot{r}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_{21}.r_2 \sin \varphi_{21} \\ -\varphi_{21}.r_2 \cos \varphi_{21} \end{bmatrix} \qquad (12)$$

Rovnice zložiek zrýchlenia :

do osi x : $-\dot{\varphi}_{21}.r_2 \sin \varphi_{21} - \dot{\varphi}^2_{21}.r_2 \cos \varphi_{21} - \ddot{\varphi}_3.r_3 \sin \varphi_3 - \dot{\varphi}_3^2.r_3 \cos \varphi_3 + \ddot{r}_4 \cos \varphi_4 = 0$

do osi y : $\ddot{\varphi}_{21}.r_2 \cos \varphi_{21} - \dot{\varphi}_{21}^2.r_2 \sin \varphi_{21} + \ddot{\varphi}_3.r_3 \cos \varphi_3 - \dot{\varphi}_3^2.r_3 \sin \varphi_3 + \dot{r}_4 \sin \varphi_4 = 0$ **(13)**

s neznámymi $\ddot{\varphi}_3$, $\ddot{r}_4$, ktorých riešenie možno vpočítať pomocou matíc :

$$\begin{bmatrix} -r_3 \sin\varphi_3 & \cos \varphi_4 \\ r_3 \cos \varphi_3 & \sin \varphi_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_3 \\ \ddot{r}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_{21}.r_2 \sin \varphi^2_{21}.r_2 \cos \varphi_{21} + \dot{\varphi}_3^2.r_3 \cos \varphi_3 \\ \ddot{\varphi}_{21}.r_2 \cos \varphi^2_{21}.r_2 \sin \varphi_{21} + \dot{\varphi}_3^2.r_3 \sin \varphi_3 \end{bmatrix} \qquad (14)$$

Zo šiestich rovníc možno pomocou vhodného programu vyriešiť neznáme veličiny φ_3, r_4, $\dot{\varphi}_3$, $\dot{r}_3$, $\ddot{\varphi}_3$, $\ddot{r}_4$, ktoré budú vstupovať do výpočtu parametrov bodu L v následnom riešení.

Vektorová rovnica slučky pre bod záujmu L :

$$r_2 + r_6 + r_7 = r_L \qquad (15)$$

Rovnica polohy bodu L :

$$\boldsymbol{x_L = r_2 \cos \varphi_{21} + r_6 \cos \varphi_6 + r_7 \cos \varphi_7}$$

$$\boldsymbol{y_L = r_2 \sin \varphi_{21} + r_6 \sin \varphi_6 + r_7 \sin \varphi_7} \qquad \textbf{\textit{(16)}}$$

kde $\varphi_7 = \left(\varphi_3 - \frac{3}{2}\pi\right)$ a všetky veličiny sú známe už z predchádzajúceho riešenia.

Rovnice zložiek rýchlosti bodu L :

$$\boldsymbol{v_{Lx} = -\, \dot{\varphi}_{21}.\ r_2 \sin \varphi_{21} - \dot{\varphi}_3.\ r_6 \sin \varphi_3 - \dot{\varphi}_3.\ r_7 \sin \varphi_7}$$

$$\boldsymbol{v_{Ly} = \dot{\varphi}_{21}.\ r_2 \cos \varphi_{21} + \ddot{\varphi}_3.\ r_6 \cos \varphi_3 - \dot{\varphi}_3.\ r_7 \cos\varphi_7} \qquad \textbf{\textit{(17)}}$$

Výsledná rýchlosť bodu L :

$$\mathbf{v}_L = v_{Lx}\,\mathbf{i} + v_{Ly}\,\mathbf{j} \qquad v_L = \sqrt{v_{Lx}^2 + v_{Ly}^2}$$

Rovnice zložiek zrýchlenia bodu L sa získajú deriváciou zložiek rýchlosti bodu L :

$$a_{Lx} = \frac{dv_{Lx}}{dt} \qquad a_{Ly} = \frac{dv_{Ly}}{dt}$$

a výsledné zrýchlenie bodu L zo vzťahu :

$$\mathbf{a}_L = a_{Lx}\,\mathbf{i} + a_{Ly}\,\mathbf{j} \qquad a_L = \sqrt{a_{Lx}^2 + a_{Ly}^2} \qquad (2000)$$

3.3.4.1 Zhodnotenie analytických a grafických metód

Grafické riešenie je obmedzené len na rovinné mechanizmy i keď principiálne môžeme riešiť aj priestorové mechanizmy. Na grafické riešenie mechanizmov používame dve metódy : Základný rozklad všeobecného rovinného pohybu (Poinsotov rozklad) alebo metódu súčasných pohybov telies v rovine. Pri grafickej kinematickej analýze trojčlenného mechanizmu používame len metódu súčasných pohybov telies v rovine. Je to univerzálna metóda. Určenie rýchlosti grafickou metódou je veľmi rýchle, ale nevýhodou je, že nie je vždy najpresnejšie. Grafické metódy hlavne vyšetrovanie rýchlostí cvičia predstavivosť za pohybu, bez ktorej by sa dobrý konštruktér nezaobišiel. Výhodou grafických riešení je, že niekedy môžeme podľa náčrtov ľahko a rýchlo určiť vzorce na riešenie. Význam grafických metód pre vlastné kinematické vyšetrovanie mechanizmov klesá. Grafickou metódou môžeme rýchlo skontrolovať správnosť analytického riešenia. Používajú sa pri modelácii rôznych mechanizmov, robotov napr.v automobilovom priemysle.

V dnešnej dobe sa dáva prednosť skôr analytickým metódam obzvlášť tam, kde máme k dispozícii všeobecný program na riešenie mechanizmov. Z teoretických poznatkov sme usúdili, že pre analytické riešenie jednoduchých rovinných trojčlenných aj štvorčlenných mechanizmov je vhodné použiť bežnú trigonometrickú metódu, z ktorej podľa náčrtu zostavujeme matematické vzťahy. Podobne aj parametrickú metódu, pri ktorej vychádzame zo schémy, ktorá je v určitej mierke. Metóda komplexných čísel je podobná vektorovej metóde a môžeme ich použiť aj pri priestorových a sférických mechanizmoch. Avšak pri skalárnom rozpísaní rovníc je vektorová metóda komplikovaná, takže najvýhodnejšou metódou sa javí metóda maticového počtu. Takže pri analytickom riešení priestorových a sférických mechanizmov je vhodné použiť maticové metódy a výsledky spracovávať s použitím výpočtovej techniky.

My sme si však zvolili na riešenie vybraného štrvorčlenného kľukového mechanizmu práve Vektorovu metódou, ktorá sa veľmi často používa pri riešení rovinných mechanizmov. Môže sa použiť aj pri riešení vačkových aj priestorových mechanizmov. Pre štvorčlenný mechanizmus stanovujeme stupne voľnosti, 1 vektorovú slučku mechanizmu a 1 vektorovú slučku pre bod záujmu. Vo zvolenom súradnicovou systéme 0, x, y sa zvolí vektorova slučka s vektormi a smerovými uhlami, keď máme dané konštanty: dĺžky a uhly, vstupné premenné v závislosti na čase a závislé premenné. Rovnice polohy, rovnice zložiek rýchlosi a rovnice zložiek zrýchlenia rozpisujeme do skalárnych rovníc,napr. : do osi x a osi y, ktorých riešenie možno vypočítať pomocou matíc. Zo šiestich rovníc pomocou vhodne zvolenej výpočtovej techniky s príslušným programovým vybavením môžeme ľahko vyriešiť neznáme veličiny, ktoré sú potrebné pri riešení bodu záujmu L. Grafické aj analytické metódy sú potrebné pri analýze mechanizmov. V prílohe sú uvedené príklady mechanizmov s ich príslušnými schémami.

4 ZÁVER

V prvej časti bakalárskej práce sme sa venovali teoretickým poznatkom v oblasti kinematiky, jej základným pojmom a rozdeleniu. Ďalej popísaniu kinematických dvojíc a kinematických reťazí s rôznymi dráhami pohybu, ktoré sme znázornili na obrázkoch. V druhej časti sme sa zamerali na vytváranie, popísanie a rozdelenie mechanizmov s rôznych hľadísk využitia v praxi.

V tretej časti práce sme spomenuli historický vývoj metód riešenia mechanizmov a jej predstaviteľov. Pozornosť sme venovali literárnej charakteristike jednotlivých analytických a grafických metód riešenia jednoduchých mechanizmov. Grafické a analytické kinematické metódy riešenia sú veľmi dôležité pri vytváraní mechanizmov. Pozornosť sme venovali hlavne jednoduchým trojčlenným a štvorčlenným mechanizmom. Na príklade vybraného štvorčlenného kľukového mechanizmu sme zvolenou analytickou vektorovou metódou vyriešili neznáme veličiny. Taktiež vybranou grafickou metódou sme analyzovali štvorčlenný mechanizmus. Z teoretických poznatkou sme porovnali náročnosť riešenia grafickou a analytickou metódov a zhodnotili ich výhody a nedostatky.

Mechanizmy sa riešia graficky a sú použité aj analytické riešenia pomocou prevodových funkcií. Mohutný rozvoj vedy a techniky umožňuje riešiť dané mechanizmy aj pomocou výkonných analógových a číslicových počítačov .Vhodným zvolením metódy môžeme rýchlo a presne analyzovať mechanizmus.

5 ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY

- BARBORÁK, Oto. 2000. Kinematika – úvod a riešenia rovinných mechanizmov. 1.vyd. 2000. Trenčín. Vydala trenčianska univerzita v spolupráci s vydavateľstvom GC Tech – Ing. Peter Gerši Trenčín. 95s. 150 ks. ISBN 80 – 88914 – 21 – 3

- BODNÁR, Ferdinand. 2001. Mechanika I. Statika a kinematika. 1.vyd. január 2001. TU vo Zvolene. 319s. 250 ks. ISBN 80 – 228 – 0986 - 1

- BRÁT, Vladimír. – JÁČ, Václav. – ROSENBEGR, Josef. 1987. 1.vyd. STNL Praha. 1987. 256s. 4000 ks. 04 – 224 – 87 .

- CABAN, Slavomír – CHLEBOVÁ, Zuzana. 2006. Kinematika. 1.vyd. 2006. Košice. Tlač Harčák Štefan, Prešov – Šalgovik . 180s. 200 ks.ISBN 80 – 8073 – 675 – 8

- CHARVÁT, Jaroslav. 1970. Teorie mechanismu. 3.vyd. jún 1970. Vysoká škola strojní a textilní v Liberci. 394s. 200 ks. 55 – 808 - 70

- JANČINA, Jozef - PEKÁREK, František .1987. Mechanika II Kinematika.1.vyd. september 1987. Alfa Bratislava. 336s. 3500 ks. 063 – 556 – 87 MIK

- KOPECKÝ, Miroslav – KOMPIŠ, Vladimír – ŠVORČÍK, Stanislav. 1990. 1.vyd. október 1990. Vysoká škola dopravy a spojov Žilina. 168s. 630 ks. ISBN 80 – 7100 – 031 –0

- PEKÁREK, František. – JANČINA, Jozef. – STAREČEK, František. 1978. Kinematika. SVŠT Bratislava. 294s.

- ŠESTÁK, Jozef. 1969. Technická mechanika II. Kinematika. Vydala SPU Nitra v slovenskom vydavateľstve pôdohospodárskej literatúry v Bratislave. 1969. 255s.

- ŠESTÁK a kol. 1985. TECHNIKCÁ MECHANIKA - mechanika tuhých telies. 1.vyd. vydalo vydavateľstvo Príroda, Bratislava v spolupráci so Státním zemědělským nakladatelstvím Praha. 1985. 564s. 3000ks . 64 – 049 - 85

- ŠESTÁK, Jozef. 2006. TECHNICKÁ MECHANIKA – Dynamika. 1.vyd. február 2006. Vydala SPU v Nitre. 167s. 400 ks. ISBN 80 – 8069 – 649 - 7

- ŠREJTR, Josef. 1963. TEORIE SLOŽENÍ MECHANISMU . 1. Vyd. Nakladatelství československé akademie Praha. 1963. 148s. 1500 ks. -05/12 – 5080 – DT 621-23. 21 – 137 – 63.

- Vektorova metóda [online] [cit. 2010-07-21]. dostupné na : <http://www.sjf.stuba.sk/docs//pracoviska/ATC/PDF/Teoria_mechanizmov_cvicenia/3_Vektorova_metoda_kinematickej_analyzy_RM.pdf>